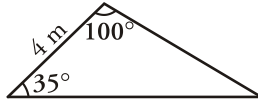


Resolución de triángulos de cualquier tipo

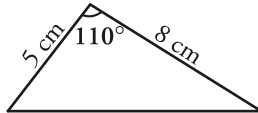
Ejercicio nº 1.-

Halla los lados y los ángulos de este triángulo:



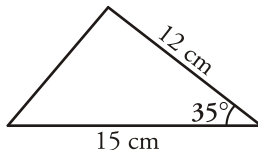
Ejercicio nº 2.-

Calcula los lados y los ángulos del siguiente triángulo:



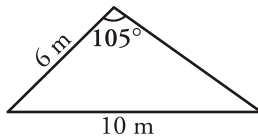
Ejercicio nº 3.-

Halla los lados y los ángulos del triángulo:



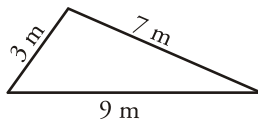
Ejercicio nº 4.-

Resuelve el siguiente triángulo, es decir, halla el valor de sus lados y de sus ángulos:



Ejercicio nº 5.-

Resuelve el siguiente triángulo, es decir, halla sus lados y sus ángulos:



Ejercicio nº 6.-

En dos estaciones de radio, A y C , que distan entre sí 50 km , son recibidas señales que manda un barco, B . Si consideramos el triángulo de vértices A , B y C , el ángulo en A es de 65° y el ángulo en C es de 80° . ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

Ejercicio nº 7.-

Sara y Manolo quieren saber a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Se colocan a 100 metros de distancia el uno del otro y consideran el triángulo en cuyos vértices están cada uno de los dos, y el castillo. El ángulo correspondiente al vértice en el que está Sara es de 25° y el ángulo del vértice en el que está Manolo es de 140° . ¿A qué distancia se encuentra Sara del castillo? ¿Y Manolo?

Ejercicio nº 8.-

Dos de los lados, a y b , de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70° . Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos?

Ejercicio nº 9.-

Dos barcos salen de un puerto a la misma hora con rumbos distintos, formando un ángulo de 110° . Al cabo de 2 horas, el primer barco está a 34 km del punto inicial y el segundo barco, a 52 km de dicho punto. En ese mismo instante, ¿a qué distancia se encuentra un barco del otro?

Ejercicio nº 10.-

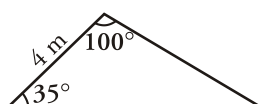
Se desea unir tres puntos, A , B y C , mediante caminos rectos que unan A con B , B con C y C con A . La distancia de A a B es de 100 metros, el ángulo correspondiente a B es de 50° , y el ángulo en A es de 75° . ¿Cuál es la distancia entre B y C ? ¿Y entre A y C ?

Soluciones

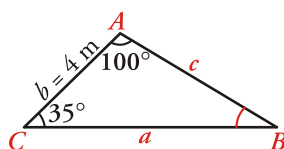
Resolución de triángulos de cualquier tipo

Ejercicio nº 1.-

Halla los lados y los ángulos de este triángulo:



Solución:



Como $\hat{A} + \hat{C} = 100^\circ + 35^\circ = 135^\circ < 180^\circ$, existe solución única.

Hallamos el ángulo \hat{B} :

$$\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Con el teorema de los senos hallamos los lados a y c :

$$\frac{a}{\sen \hat{A}} = \frac{b}{\sen \hat{B}} \rightarrow \frac{a}{\sen 100^\circ} = \frac{4}{\sen 45^\circ} \rightarrow a = \frac{4 \sen 100^\circ}{\sen 45^\circ} = 5,57 \text{ m}$$

$$\frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} \rightarrow \frac{4}{\operatorname{sen}45^\circ} = \frac{c}{\operatorname{sen}35^\circ} \rightarrow c = \frac{4 \operatorname{sen}35^\circ}{\operatorname{sen}45^\circ} \rightarrow 3,24 \text{ m}$$

Por tanto:

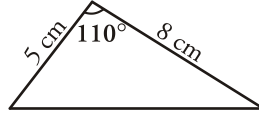
$$a = 5,57 \text{ m}; \hat{A} = 100^\circ$$

$$b = 4 \text{ m}; \hat{B} = 45^\circ$$

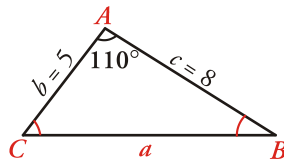
$$c = 3,24 \text{ m}; \hat{C} = 35^\circ$$

Ejercicio nº 2.-

Calcula los lados y los ángulos del siguiente triángulo:



Solución:



Hallamos el lado a con el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 110^\circ$$

$$a^2 = 25 + 64 + 27,36$$

$$a^2 = 116,36$$

$$a = 10,79 \text{ cm}$$

Al conocer los tres lados, la solución es única.

Calculamos el ángulo \hat{B} , aplicando el teorema de los senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} \rightarrow \frac{10,79}{\operatorname{sen}110^\circ} = \frac{5}{\operatorname{sen}\hat{B}} \rightarrow \operatorname{sen}\hat{B} = \frac{5 \operatorname{sen}110^\circ}{10,79}$$

$$\operatorname{sen}\hat{B} = 0,435 \rightarrow \hat{B} = 25^\circ 48' 49''$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) \rightarrow \hat{C} = 44^\circ 11' 11''$$

Por tanto:

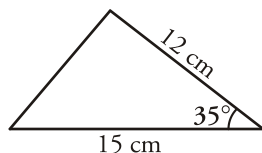
$$a = 10,79 \text{ cm}; \hat{A} = 110^\circ$$

$$b = 5 \text{ cm}; \hat{B} = 25^\circ 48' 49''$$

$$c = 8 \text{ cm}; \hat{C} = 44^\circ 11' 11''$$

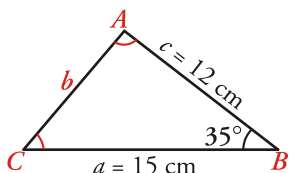
Ejercicio nº 3.-

Halla los lados y los ángulos del triángulo:



Solución:

Hallamos el lado b con el teorema del coseno:



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = 15^2 + 12^2 - 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cos 35^\circ$$

$$b^2 = 225 + 144 - 294,89$$

$$b^2 = 74,11 \rightarrow b = 8,61 \text{ cm}$$

Como conocemos los tres lados, la solución es única.

Hallamos el ángulo \hat{C} :

$$\frac{c}{\sin \hat{C}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \rightarrow \frac{12}{\sin \hat{C}} = \frac{8,61}{\sin 35^\circ} \rightarrow \sin \hat{C} = \frac{12 \sin 35^\circ}{8,61}$$

$$\sin \hat{C} = 0,799 \rightarrow \hat{C} = 53^\circ 4' 26''$$

Por último, hallamos el ángulo \hat{A} :

$$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 91^\circ 55' 34''$$

Por tanto:

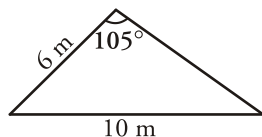
$$a = 15 \text{ cm}; \hat{A} = 91^\circ 55' 34''$$

$$b = 8,61 \text{ cm}; \hat{B} = 35^\circ$$

$$c = 12 \text{ cm}; \hat{C} = 53^\circ 4' 26''$$

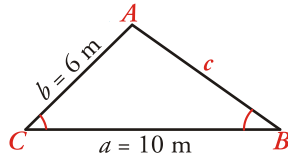
Ejercicio nº 4.-

Resuelve el siguiente triángulo, es decir, halla el valor de sus lados y de sus ángulos:



Solución:

Hallamos el ángulo \hat{B} con el teorema de los senos:



$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} \rightarrow \frac{10}{\operatorname{sen}105^\circ} = \frac{6}{\operatorname{sen}\hat{B}}$$

$$\operatorname{sen}\hat{B} = \frac{6 \operatorname{sen}105^\circ}{10} = 0,58 \rightarrow \hat{B} = 35^\circ 25' 9''$$

(Como \hat{A} es obtuso, \hat{B} y \hat{C} han de ser agudos; solo hay una solución).

Hallamos el ángulo de \hat{C} :

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 39^\circ 34' 51''$$

Calculamos el lado c :

$$\frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} = \frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} \rightarrow \frac{c}{\operatorname{sen}(39^\circ 34' 51'')} = \frac{10}{\operatorname{sen}105^\circ} \rightarrow c = 6,6 \text{ m}$$

Por tanto:

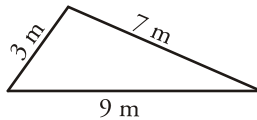
$$a = 10 \text{ m}; \hat{A} = 105^\circ$$

$$b = 6 \text{ m}; \hat{B} = 35^\circ 25' 9''$$

$$c = 6,6 \text{ m}; \hat{C} = 39^\circ 34' 51''$$

Ejercicio nº 5.-

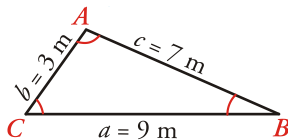
Resuelve el siguiente triángulo, es decir, halla sus lados y sus ángulos:



Solución:

Como conocemos los tres lados (y cada lado es menor que la suma de los otros dos), existe solución única.

Hallamos los ángulos \hat{A} y \hat{B} con el teorema del coseno:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$81 = 9 + 49 - 42 \cos \hat{A}$$

$$42 \cos \hat{A} = 9 + 49 - 81$$

$$42 \cos \hat{A} = -23$$

$$\cos \hat{A} = -0,548 \rightarrow \hat{A} = 123^\circ 12' 14''$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \rightarrow 9 = 81 + 49 - 126 \cos \hat{B}$$

$$126 \cos \hat{B} = 81 + 49 - 9 \rightarrow 126 \cos \hat{B} = 121$$

$$\cos \hat{B} = 0,960 \rightarrow \hat{B} = 16^\circ 11' 42''$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 40^\circ 36' 4''$$

Por tanto:

$$a = 9 \text{ m}; \hat{A} = 123^\circ 12' 14''$$

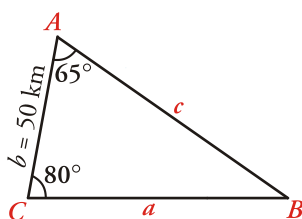
$$b = 3 \text{ m}; \hat{B} = 16^\circ 11' 42''$$

$$c = 7 \text{ m}; \hat{C} = 40^\circ 36' 4''$$

Ejercicio nº 6.-

En dos estaciones de radio, *A* y *C*, que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco, *B*. Si consideramos el triángulo de vértices *A*, *B* y *C*, el ángulo en *A* es de 65° y el ángulo en *C* es de 80° . ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

Solución



Hallamos el ángulo \hat{B} :

$$\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 35^\circ$$

Hallamos los valores de *a* y *c* aplicando el teorema de los senos:

$$\frac{a}{\text{sen}65^\circ} = \frac{50}{\text{sen}35^\circ} \rightarrow a = \frac{50 \text{sen}65^\circ}{\text{sen}35^\circ} = 79 \text{ km}$$

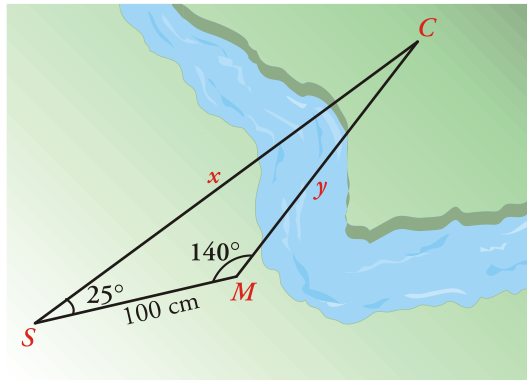
$$\frac{c}{\text{sen}80^\circ} = \frac{50}{\text{sen}35^\circ} \rightarrow c = \frac{50 \text{sen}80^\circ}{\text{sen}35^\circ} = 85,85 \text{ km}$$

Por tanto, el barco está a 79 km de la estación *C* y a 85,85 km de la estación *A*.

Ejercicio nº 7.-

Sara y Manolo quieren saber a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Se colocan a 100 metros de distancia el uno del otro y consideran el triángulo en cuyos vértices están cada uno de los dos, y el castillo. El ángulo correspondiente al vértice en el que está Sara es de 25° y el ángulo del vértice en el que está Manolo es de 140° . ¿A qué distancia se encuentra Sara del castillo? ¿Y Manolo?

Solución:



El ángulo \hat{C} será:

$$\hat{C} = 180^\circ - (25^\circ + 140^\circ) = 15^\circ$$

Con el teorema de los senos hallamos los lados x e y :

$$\frac{x}{\text{sen}140^\circ} = \frac{100}{\text{sen}15^\circ} \rightarrow x = \frac{100\text{sen}140^\circ}{\text{sen}15^\circ} = 248,35 \text{ m}$$

$$\frac{y}{\text{sen}25^\circ} = \frac{100}{\text{sen}15^\circ} \rightarrow y = \frac{100\text{sen}25^\circ}{\text{sen}15^\circ} = 163,29 \text{ m}$$

Por tanto:

Sara está a 248,35 m del castillo y Manolo, a 163,29 m.

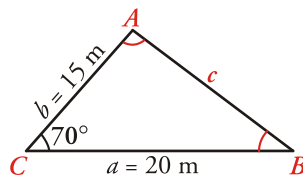
Ejercicio nº 8.-

Dos de los lados, a y b , de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70° .

Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos?

Solución:

Hallamos el lado c aplicando el teorema del coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$$

$$c^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos\hat{C}$$

$$c^2 = 400 + 225 - 600 \cdot \cos 70^\circ$$

$$c^2 = 400 + 225 - 205,21$$

$$c^2 = 419,79 \rightarrow c = 20,49 \text{ m}$$

Los metros de valla necesarios serían:

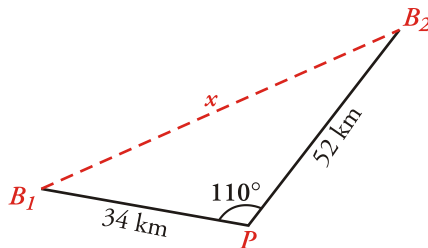
$$a + b + c = 20 + 15 + 20,49 = 55,49 \text{ m}$$

Ejercicio nº 9.-

Dos barcos salen de un puerto a la misma hora con rumbos distintos, formando un ángulo de 110° . Al cabo de 2 horas, el primer barco está a 34 km del punto inicial y el segundo barco, a 52 km de dicho punto. En ese mismo instante, ¿a qué distancia se encuentra un barco del otro?

Solución:

Hallamos la distancia, x , aplicando el teorema del coseno:



$$x^2 = 34^2 + 52^2 - 2 \cdot 34 \cdot 52 \cdot \cos 110^\circ$$

$$x^2 = 1156 + 2704 + 1209,38$$

$$x^2 = 5069,38$$

$$x = 71,20 \text{ km}$$

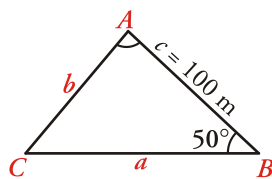
Por tanto, la distancia entre los dos barcos es de 71,20 km.

Ejercicio nº 10.-

Se desea unir tres puntos, A , B y C , mediante caminos rectos que unan A con B , B con C y C con A . La distancia de A a B es de 100 metros, el ángulo correspondiente a B es de 50° , y el ángulo en A es de 75° . ¿Cuál es la distancia entre B y C ? ¿Y entre A y C ?

Solución:

Hallamos el ángulo \hat{C} :



$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 55^\circ$$

Calculamos a y b aplicando el teorema de los senos:

$$\frac{a}{\text{sen} 75^\circ} = \frac{100}{\text{sen} 55^\circ} \rightarrow a = \frac{100 \cdot \text{sen} 75^\circ}{\text{sen} 55^\circ} = 117,92 \text{ m}$$

$$\frac{b}{\text{sen} 50^\circ} = \frac{100}{\text{sen} 55^\circ} \rightarrow b = \frac{100 \cdot \text{sen} 50^\circ}{\text{sen} 55^\circ} = 93,52 \text{ m}$$

Por tanto, la distancia entre B y C es de 117,92 m y la distancia entre A y C es de 93,52 m.